

УДК 623.407

**О. Шкодзінський, І. Белякова, В. Медвідь В. Пісьціо,**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

**ОПТИМІЗАЦІЯ ВЛАСНОЇ ФОРМИ КОЛИВАНЬ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО  
ТРАНСФОРМАТОРА**

**O.Shkodzinsky, I.Belyakova, V.Piscio, V.Medvid**

**OPTIMIZING OWN FORMS OF VIBRATIONS OF A PIEZOELECTRIC  
TRANSFORMER**

Розглянемо задачу оптимізації форми плоского п'єзотрансформатора струму (ПТ) з поляризацією за товщиною пластини. Нехай пластини має товщину  $h$ , а її середня площина співпадає з площиною  $xOy$ , а матеріал має густину  $\rho$ . Припустимо, що бічні поверхні п'єзотрансформатора вільні від електродів, а верхня і нижня поверхні покриті системою електродів, зазор між якими наближається до 0. Для зменшення втрат енергії п'єзотрансформатор звичайно закріплюють так, щоб його поверхні не передавали зусилля на закріплення, така умова приводить до граничної умови:  $\sigma_{ij}n_j = 0$ , де  $n_j$  - вектор зовнішньої нормалі. У випадку одномірних коливань з коловою частотою  $\omega$  по довжині (координаті  $x$ ) при змінній ширині  $b(x)$  п'єзотрансформатора та симетрії ПТ відносно осі  $Ox$  рівняння, що описують його можуть бути записані у виді:

$$\frac{d}{dx}(b\sigma_{11}) + \rho\omega^2 b u_1 = 0; \quad \frac{d}{dx} u_1 = s_{11}\sigma_{11} + \frac{d_{31}}{h \cdot b} \int_{-b/2}^{b/2} \varphi(x, y) dy,$$

де  $\varphi(x, y)$  - різниця потенціалів між верхнім і нижнім електродами ПТ, залежна, в загальному випадку, від двох координат. Так як п'єзотрансформатор найчастіше працює у режимі близькому до резонансу можна вважати, що розподіл напружень у трансформаторі буде такий самий як при власній формі коливань. Тоді система рівнянь спроститься і може бути записана у вигляді одного рівняння другого порядку:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{b} \frac{d}{dx} (b\sigma_{11}) \right) + \rho\omega^2 s_{11}\sigma_{11} = 0$$

У випадку оптимальної форми ПТ напруження  $\sigma_{11}$  у матеріалі ПТ наближаються до  $[\sigma]$ , а форма ПТ має наближатись до такої, що описується наступним рівнянням:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{b} \frac{d}{dx} (b[\sigma]) \right) + \rho\omega^2 s_{11}[\sigma] = 0.$$

Цю залежність можна вважати диференціальним рівнянням відносно  $b$ , що має загальний розв'язок, котрий може бути записаний у вигляді:

$$b(x) = B \exp \left( -\frac{\rho\omega^2 s_{11} x^2}{2} + A \cdot x \right).$$

Невідома стала  $A$  лише призводить до переміщення п'єзотрансформатора по осі  $x$ , а при  $A = 0$  невідома стала  $B$  визначається необхідною потужністю ПТ. Як легко зрозуміти, дефект такої оптимальної форми полягає в тому, що оптимальна форма п'єзопластини має мати нескінчену довжину так як у протилежному випадку напруження  $\sigma_{11}$  ніколи не досягнуть нульового значення, але, якщо примусово задати при  $|x| > l_{\max}$  ширину  $b(x)$  рівну 0, отримана форма ПТ буде близькою до оптимальної, і тим ближче до оптимальної чим більше  $l_{\max}$ .